

**ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III**  
**Primer parcialito / 6-MAY-2020**

1. Dado un grafo  $G$  con 8 componentes conexas y  $n$  nodos ¿es posible que los vértices de  $G$  tengan  $n - 6$  valores diferentes de grado? Justificar.
2. Un grafo es  $r$ -regular si todos sus vértices tienen grado  $r$ . Consideramos las siguientes subclases grafos.
  - a)  $K_n$ : grafo completo de  $n$  vértices
  - b)  $K_{1,n-1}$ : grafo estrella de  $n$  vértices que es un grafo bipartito completo donde  $V_1$  tiene solamente un vértice.
  - c) grafos bipartitos

Para cada una de las subclases mencionadas, responder las siguientes preguntas para  $k \geq 1$ .

- ¿Existe grafo miembro con  $2k + 1$  vértices que sea  $r$ -regular?
  - ¿Existe grafo miembro con  $2k + 2$  vértices que sea  $r$ -regular?
3. Volviendo al problema de cubo de queso (**ejercicio 2.2**), supongamos que ahora existe la posibilidad de teletransportar el ratn desde un subcubo  $x$  a otro subcubo  $y$ . Por favor indiquen para qué pares de  $x$  e  $y$  permiten completar el recorrido que pide el ejercicio.
  4. ¿Cuales de los siguientes grafos, la secuencia de grados del grafo coincide con la secuencia del grafo complemento cuando se ordenan las secuencias de menor a mayor?
    - (a)  $C_4$  ([https://www.graphclasses.org/images/g\\_C4.gif](https://www.graphclasses.org/images/g_C4.gif))
    - (b)  $C_5$  ([https://www.graphclasses.org/images/g\\_C5.gif](https://www.graphclasses.org/images/g_C5.gif))
    - (c)  $P$  ([https://www.graphclasses.org/images/g\\_P.gif](https://www.graphclasses.org/images/g_P.gif))
    - (d) house ([https://www.graphclasses.org/images/g\\_house.gif](https://www.graphclasses.org/images/g_house.gif))
  5. Se quiere saber la cantidad de formas de dividir a los  $n$  estudiantes de AED3 en  $k \leq n$  grupos con la única restricción de que ningún grupo sea vacío. Por ejemplo si tenemos 4 alumnos  $(a, b, c, d)$  y queremos 2 grupos tenemos 7 opciones:  $(a)(bcd)$ ,  $(b)(acd)$ ,  $(c)(abd)$ ,  $(d)(abc)$ ,  $(ab)(cd)$ ,  $(ac)(bd)$  y  $(ad)(bc)$ .  
Monti, un alumno de AED3, había pensado un algoritmo de programación dinámica para este problema. Pero por un accidente, se borraron unos números  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  de su solución que se basa en la siguiente función:

$$f(n, k) = \begin{cases} X & \text{si } k = 1 \vee k = n \\ Yf(n-1, k) + f(Z, k-1) & \text{si no} \end{cases}$$

Hay ciertos valores que más o menos recordaba, ¿lo ayudás a resolver el ejercicio y le indicas una combinación de valores válida?

$$X \in \{-1, 0, 1, 2\}$$

$$Y \in \{n, n-1, k, k-1\}$$

$$Z \in \{1, n, n-1, n-2\}$$